

基于最大化信干噪比的多用户 MIMO 下行预编码

唐万斌, 李少谦

(电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室, 四川成都 610054)

摘 要: 研究多用户 MIMO 系统下行链路的容量, 以及如何达到该容量是最近几年研究的热点. 基于各用户之间干扰为零的 BD (Block Diagonalization) 算法^[5], 由于各用户信道空间的交叠, 会造成多用户 MIMO 系统容量较大的损失, 同时 BD 算法要求接入点的发射天线数不能小于空间复用用户的接收天线数之和. 本文提出了基于最大化信干噪比准则下的线性预编码, 和减少容量损失的次优线性预编码两种方案, 避免了上述两个缺点, 推导出基于最大化 SJNR 准则的线性预编码就是各用户采用单数据流传输的方案, 同时通过容量分析和误码率仿真证明, 这两种算法都优于传统的 BD 算法.

关键词: 多输入多输出天线; 预编码; 多用户; 信干噪比

中图分类号: TN92 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2007) 6A-157-04

Linear Precoding Based on Maximum SJNR in Multi-user MIMO Downlink

TANG Wan-bin, LI Shao-qian

(National Key Laboratory of Communication, University of Electronic Science and Technical of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract: What's the capacity of the multi-user MIMO downlink and how to get the capacity are the hot research topics in the latest years. The BD (Block Diagonalization) algorithm^[5], based on the constraint which the interferences between different users are zero, have two drawbacks. One is the capacity loss because the signal spaces of different users are overlapped, the other is that it is required that the number of the access point's antennas must larger than the sum of the num of users' antennas. This paper presents two linear precoding algorithms. One is the optimal algorithm based on the maximization of SJNR, the other is a modified suboptimal algorithm which can improve the downlink capacity. By capacity analysis and simulation, the performances of the two algorithms both are better than BD algorithm.

Key words: MIMO; Precoding; Multi-user; SJNR

1 引言

在对单用户 MIMO 无线传输技术的广泛而深入的研究后, 近几年来对多用户 MIMO 系统的研究成为热点, 尤其对于多用户 MIMO 系统的下行链路(或称为广播信道), 由于下行链路具有各个用户接收机之间不能协同接收的特点, 所以对其容量和如何达到该容量都是最近几年研究的热点^[1]. 文献[2]中通过 MIMO 高斯广播信道与多址信道的二元性, 证明了采用 DPC^[4] (Dirty Paper Coding) 预编码可以达到 MIMO 高斯广播信道的和速率容量(Sum Rate Capacity), 并在文[3]中验证了采用预编码的空间复用比采用 TDMA 方式具有更大的系统容量.

但 DPC 预编码随着用户数和天线数的增加而实现较为复杂, 于是文献[5]基于迫零思想, 提出了一种在各

用户之间干扰为零的约束条件下的最优算法, 即 BD (Block Diagonalization), 该算法作为一种线性预编码, 有效地实现了各用户之间的干扰为零, 但其一个显而易见的缺点是接入点的天线数不能小于空间复用用户的天线数之和, 同时其另一个缺点是由于各用户信道空间的交叠, 采用迫零波束形成会造成系统容量较大的损失.

在本文中, 受文献[6]的启发, 提出了基于最大化信干噪比准则下的线性预编码, 和减少容量损失的次优线性预编码两种方案, 相对于 BD 预编码而言, 避免了对天线数的限制, 同时获得比 BD 算法更大的容量和更优的误码率性能, 相对于文献[6], 把每个用户的接收天线数从 1 个推广到多个.

本文的第二部分介绍了多用户 MIMO 下行链路线性预编码的模型, 第三部分重点介绍了两种新的线性预编码方案, 并在第四部分给出相应的容量分析和误码率

仿真结果,最后是结论.

2 多用户 MIMO 下行链路模型

假设多用户 MIMO 下行链路包含一个 K 接入点和 i 个用户. 其中接入点有 N_T 个发射天线, 第 i 个用户有 $N_{r,i}$ 个接收天线, 需要传输 $N_{t,i}$ 个独立数据流. 则第 i 个用户的接收信号为:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i = & \sum_{j=1}^K \mathbf{H}_i \cdot \mathbf{M}_j \cdot \mathbf{d}_j + \mathbf{n}_i = \mathbf{H}_i \cdot \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{d}_i \\ & + \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{H}_i \cdot \mathbf{M}_j \cdot \mathbf{d}_j + \mathbf{n}_i, i = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (1)$$

其中 \mathbf{d}_i 是 $N_{t,i}$ 的列矢量, 为第 i 个用户的发射数据符号矢量, \mathbf{M}_j 是 $N_T \times N_{t,i}$ 的矩阵, 为第 i 个用户的预编码矩阵, \mathbf{H}_i 是 $N_T \times N_{r,i}$ 的矩阵, 为第 i 个用户的 MIMO 信道矩阵, 噪声方差为 σ^2 . 上式第一项为该用户的有用信号, 第二项为其他用户对该用户的干扰, 第三项为噪声项.

3 最大化信干噪比线性预编码方案

不失一般性, 假设每个用户的发送信号功率为 1, 且各用户发送信号间相互独立, 则第 i 个用户的信干噪比为:

$$\text{SINR}_i = \frac{\text{tr}(\mathbf{M}_i^* \mathbf{H}_i^* \mathbf{H}_i \mathbf{M}_i)}{\text{tr}(\sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{M}_j^* \mathbf{H}_i^* \mathbf{H}_i \mathbf{M}_j) + N_{r,i} \cdot \sigma^2}, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (2)$$

其中 $\text{tr}()$ 表示矩阵的迹, $()^*$ 表示矩阵的共轭转置. 从上式可以看出, 第 i 个用户的信干噪比不仅取决于它自己的预编码矢量, 同时与其他用户的预编码矢量有关, 因此求解使第 i 个用户的信干噪比最大化的预编码矢量非常困难.

参考文献[6], 如果考虑第 i 个用户的有用信号功率与第 i 个用户对其他用户干扰之和的比值, 定义为 SJNR:

$$\text{SJNR}_i = \frac{\text{tr}(\mathbf{M}_i^* \mathbf{H}_i^* \mathbf{H}_i \mathbf{M}_i)}{\text{tr}(\sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{M}_j^* \mathbf{H}_j^* \mathbf{H}_j \mathbf{M}_j) + N_{r,i} \cdot \sigma^2}, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (3)$$

则可以通过求导求解出使 SJNR 最大化的预编码矢量需要满足:

$$\left(\sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{H}_j^* \mathbf{H}_j + \frac{N_{r,i}}{N_{t,i}} \mathbf{I} \right)^{-1} \cdot (\mathbf{H}_i^* \mathbf{H}_i) \cdot \mathbf{M}_i = \text{SJNR}_{\text{opt}} \cdot \mathbf{M}_i, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (4)$$

但这样的特征向量只有一个, 即 $\left(\sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{H}_j^* \mathbf{H}_j + \frac{N_{r,i}}{N_{t,i}} \mathbf{I} \right)^{-1} \cdot (\mathbf{H}_i^* \mathbf{H}_i)$ 的最大特征值对应的特征向量, 其最

大特征值也就是该用户的最大化 SJNR.

$$\left(\mathbf{H}_i^* \mathbf{H}_i \right) \cdot \mathbf{M}_j = \text{SJNR}_{\text{opt}} \cdot \left(\sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{H}_j^* \mathbf{H}_j + \frac{N_{r,i}}{N_{t,i}} \mathbf{I} \right) \cdot \mathbf{M}_i, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (5)$$

推导见附录.

为了得到进一步的容量增长, 另一种显而易见的方案是采用 $\left(\sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{H}_j^* \mathbf{H}_j + \frac{N_{r,i}}{N_{t,i}} \mathbf{I} \right)^{-1} \cdot (\mathbf{H}_i^* \mathbf{H}_i)$ 的最大几个特征值对应的特征向量作为预编码矢量, 于是对每个用户而言, 就具有了多个并行的数据传输通道. 按照多维广义 Rayleigh 熵^[7], 这种方案也是使下式最大化的求解, 尽管不是唯一解:

$$\mathbf{M}'_i = \arg \max_{\mathbf{M}'_i} \left[\frac{|\mathbf{M}'_i{}^* \mathbf{H}_i^* \mathbf{H}_i \mathbf{M}'_i|}{\sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{M}'_i{}^* \left(\mathbf{H}_j^* \mathbf{H}_j + \frac{N_{r,i}}{N_{t,i}} \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{M}'_i} \right], \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (6)$$

其中 $||$ 表示矩阵的行列式, 在以下的仿真分析中也将比较两种方案的性能差别. 这里称第一种方案为最大化 SJNR 线性预编码, 第二种方案为多数据流次优线性预编码. 相对于 BD 算法, 由于都存在矩阵求逆和特征向量求解的过程, 所以三种方案的复杂度相似.

4 仿真分析

天线的配置采用 $\{2, 2\} \times 4$, 即接入点有 4 天线, 每个用户各 2 天线, 假设 MIMO 信道是独立同分布瑞利频率非选择性衰落信道. 仿真中假设在接入点理想地知道信道状态信息. 下面比较两个方面的性能: 容量和误码率.

4.1 容量分析

这里把单用户 4×4 MIMO 系统容量作为参照, 因为在发射端理想地知道信道矩阵信息情况下, 单用户 4×4 MIMO 系统容量是 $\{2, 2\} \times 4$ 多用户 MIMO 系统容量的上界.

给出了 Outage 容量(中断概率为 10%)性能比较. 多数据流次优线性预编码获得了近似最大化的容量, 随着信噪比的增加, 其容量接近与单用户 4×4 MIMO 系统容量, 所以通过该线性预编码, 多用户 MIMO 系统容量的损失非常小, 远远优于 BD 预编码.

但由于最大化 SJNR 线性预编码方案限制了每个用户只传输一个数据流, 其最优化的准则在于使 SJNR 最大化, 或误码率性能最优化上, 所以容量有相当的损失. 从分析结果来看, 在高信噪比区域, 相对于多数据流的 BD 预编码有容量损失, 但在信噪比低于 20dB 时, 由于容量主要决定于最强的等效数据传输通道, 所以最大化 SJNR 线性预编码比 BD 预编码具有更大的容量.

4.2 误码率分析

为了在同样的频谱效率条件下进行比较,如果是每用户单数据流传输时,都采用 QPSK 调制,如果是两个数据流同时传输时,采用 BPSK 调制,与上面的容量分析不同,这里没有考虑多用户间的调度,即每个用户的传输速率和功率是固定的。

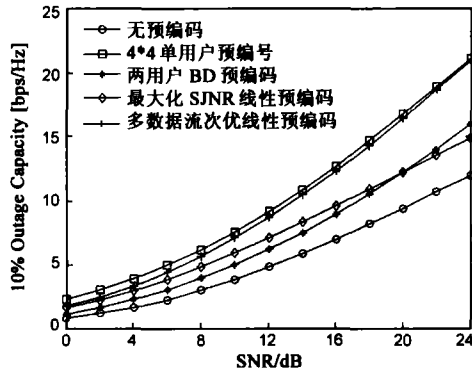


图 1 几种算法的 Outage 容量比较

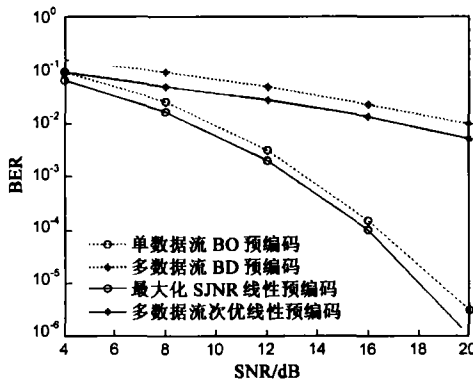


图 2 无功率分配时的误码率性能比较

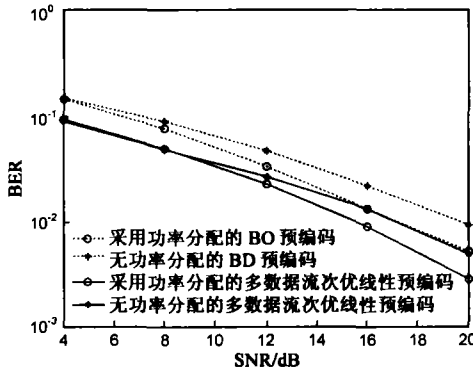


图 3 采用功率分配的误码率性能比较

图 2 给出各种算法的误码率性能,可以看出,在单数据流的传输方案中,最大化 SJNR 线性预编码方案具有最优的误码率性能,比单数据流的 BD 预编码方案有约 1dB 的性能增益.在多数数据流方案中,其误码率受限于信干噪比较低的一条等效传输通道,而单数据流方案的误码率取决于最优的一条等效传输通道,所以单数据流方案具有更好的误码率性能.在多数数据流的传

输方案中,次优线性预编码比 BD 预编码方案有约 3~4dB 的性能增益。

为了进一步改善多数数据流传输方案的性能,这里采用了文献[8]提出了误码率最小准则的功率分配算法,在每个用户内部的不同数据流之间进行功率分配,调制方式为 BPSK,从图 3 可以看出经过功率分配后,性能得到了进一步的改善。

5 结论

本文提出了基于最大化信干噪比准则下的线性预编码,和减少容量损失的次优线性预编码两种方案,避免了传统 BD 预编码的缺陷.通过容量分析和误码率仿真,这两种算法都优于传统的 BD 算法.基于最大化信干噪比准则下的线性预编码是每个用户单数据流传输的方案,它提供了较好的误码率性能;而多数数据流次优线性预编码改进了最大化信干噪比准则下的线性预编码只为每个用户提供一个数据传输通道的缺点,其容量非常接近与理想单用户 MIMO 系统容量。

附录

最大化 SJNR 的问题,即求解:

$$\begin{cases} \max_{M_i} SJNR_i = \frac{\text{tr}(M_i^* H_i^* H_i M_i)}{\text{tr}(\sum_{j=1, j \neq i}^K M_j^* H_j^* H_j M_j) + N_{r,i} \cdot \sigma^2}, \\ \text{s. t. } M_i^* M_i = I \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (7)$$

利用条件,上式的分母可以写为:

$$\begin{aligned} & \text{tr}(\sum_{j=1, j \neq i}^K M_j^* H_j^* H_j M_j) + N_{r,i} \cdot \sigma^2 \\ &= \text{tr}(\sum_{j=1, j \neq i}^K M_i^* (H_j^* H_j + \frac{N_{r,i} \sigma^2}{N_{t,i}} I) M_i), \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (8)$$

为简化表示,记:

$$\begin{cases} A = H_i^* H_i \\ B = (H_j^* H_j + \frac{N_{r,i} \sigma^2}{N_{t,i}} I), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (9)$$

利用迹求导公式:

$$\frac{\partial}{\partial X} \text{tr}(X^* C X) = C X + C^* X \quad (10)$$

对式(7)求导,化简后得到:

$$A \cdot M_i = \frac{\text{tr}(M_i^* A M_i)}{\text{tr}(M_i^* B M_i)} \cdot B \cdot M_i, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (11)$$

观察上式,求解它即求解广义特征向量的问题,因为其中 B 具有逆矩阵,所以求解 A⁻¹·B 的最大特征值及对应的特征向量,特别是特征值对应了最大化的信干噪比.因为对于其他非零特征值而言,上式不再满

足,所以 M_i 由一个非零特征向量和若干零向量构成. 所以最大化 SJNR 的线性预编码是每个用户单数据流传输的方案.

参考文献:

- [1] Andrea Goldsmith, et al. Capacity limits of MIMO channels [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communication, 2003, 21(5): 684 - 702.
- [2] S Vishwanath, N Jindal, A Goldsmith. On the capacity of multiple input multiple output broadcast channels [A]. Proc. IEEE International Conference on Communications [C]. New York: IEEE, Apr 2002: 1444 - 1450.
- [3] N Jindal, A Goldsmith. Dirty paper coding vs. TDMA for MIMO broadcast channels [A]. Proc. IEEE International Conference on Communications [C]. Paris: IEEE, June 2004, 2: 682 - 686.
- [4] M Costa. Writing on dirty papers [J]. IEEE Trans on Information Theory, May 1978, 24: 374 - 377.
- [5] Q Spencer, M Haardt. Capacity and downlink transmission algorithms for a multi-user MIMO channel [A]. Proc 36th Asilomar Conf. on Signals, Systems, and Computers [C]. Pacific Grove, CA, November 2002: 133 - 140.
- [6] J Zhang, Y Wu, et al. Linear transmitter precoding design for downlink of multiuser MIMO systems [J]. Electronics Letter, July 2005, 41(14): 1 - 7.
- [7] Prieto, et al. A general solution to the maximization of the multidimensional generalized Rayleigh quotient used in linear discriminant analysis for signal classification [A]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing [C]. Hong Kong: IEEE, April 2003, 6(4): 157 - 160.
- [8] Hunziker T, Dahlous D. Optimal power adaptation for OFDM systems with ideal bit-interleaving and hard decision decoding [A]. Proc IEEE International Conference on Communications [C]. Seattle: IEEE, May 2003, 5: 3392 - 3397.

作者简介:



唐万斌 男, 1973 年出生, 副教授, 现工作于电子科技大学通信抗干扰国家重点实验室. 研究方向为扩频通信、移动通信、无线通信中的链路自适应技术研究.

E-mail: wbtang@uestc.edu.cn



李少谦 男, 1957 年出生, 电子科技大学通信抗干扰国家重点实验室主任, 教授, 博士生导师. 国家 863 计划通信主题个人通信专家组成员, 现从事扩频通信、移动通信方面的教学和研究工作. E-mail: lsq@uestc.edu.cn